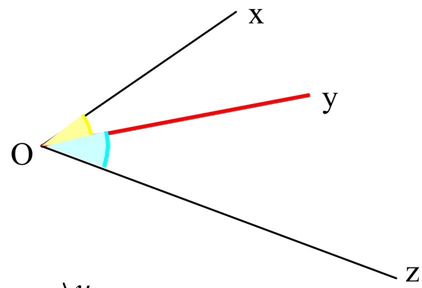
ANGLES

1) Vocabulaire

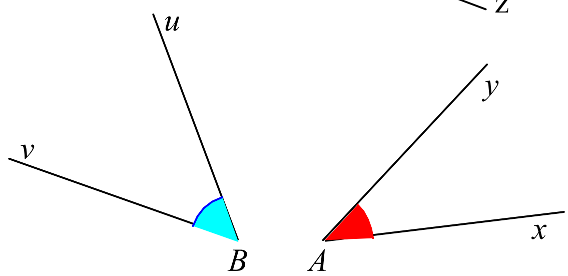
a) Angles adjacents :



Deux angles sont adjacents lorsque :

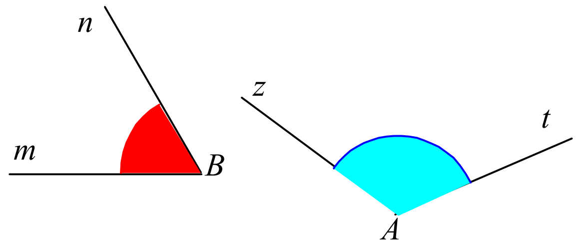
- Ils ont le même sommet
- Ils ont un côté commun
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun

b) Angles complémentaires, angles supplémentaires :



- Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 90 °.

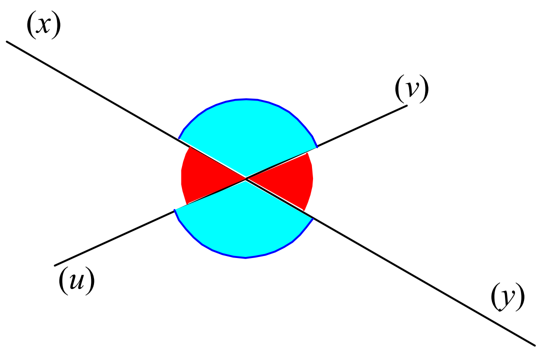
Exemple : $\widehat{xAy} + \widehat{uBv}$ = 40 ° + 50 ° = 90 °



- Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 180 °.

Exemple : $\widehat{zAt} + \widehat{mBn}$ = 120 ° + 60 ° = 180 °

2) Angles opposés par le sommet



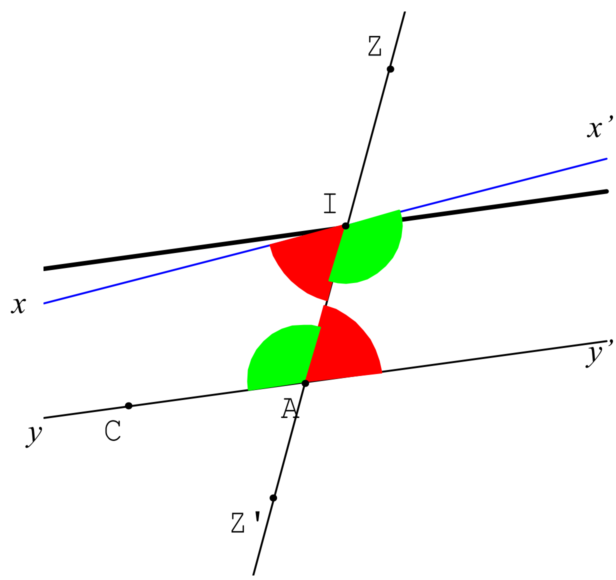
a) Définition :

2 droites sécantes en I définissent 2 couples d'angles opposés par le sommet.

b) Propriété :

2 angles opposés par le sommet sont égaux.

3) Angles alternes-internes :



a) Définition :

2 droites (xx') et (yy') sont coupées par une sécante (zz').

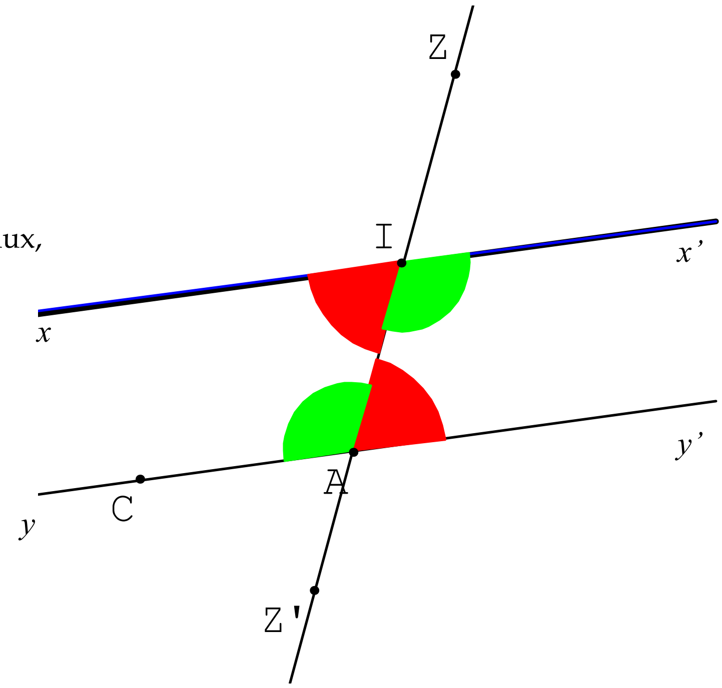
2 angles alternes-internes sont :

- de part et d'autre de la sécante
- entre les 2 droites

b) Propriété :

- Si deux angles sont alternes-internes avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.

- Si 2 angles alternes-internes sont égaux, alors ils sont formés par des droites parallèles.



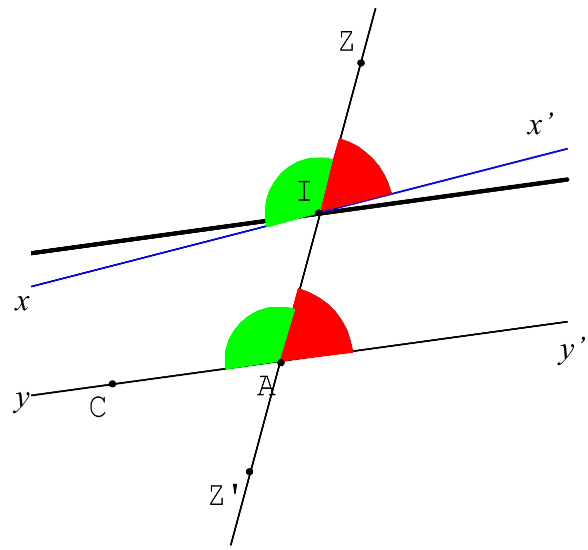
4) Angles correspondants

a) Définition :

2 droites (xx') et (yy') sont coupées par une sécante (zz').

2 angles correspondant sont :

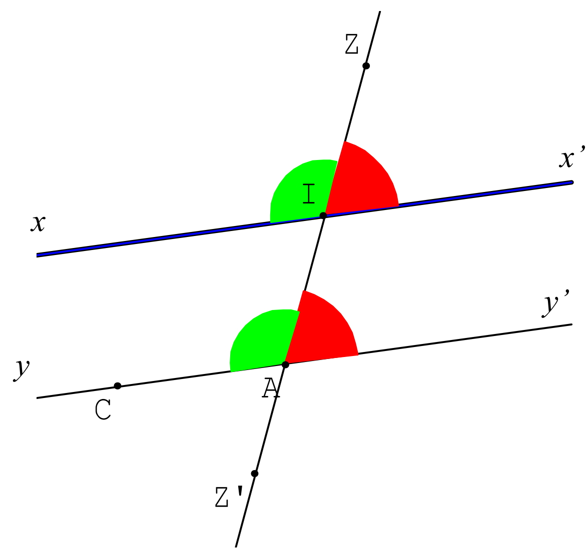
- d'un même côté de la sécante
- l'un est entre les 2 droites, l'autre à l'extérieur



b) Propriété :

- Si 2 angles sont correspondants avec des droites parallèles, alors ils sont égaux.

- Si 2 angles correspondants sont égaux, alors ils sont formés à l'aide de droites parallèles.



5) Angles d'un triangle

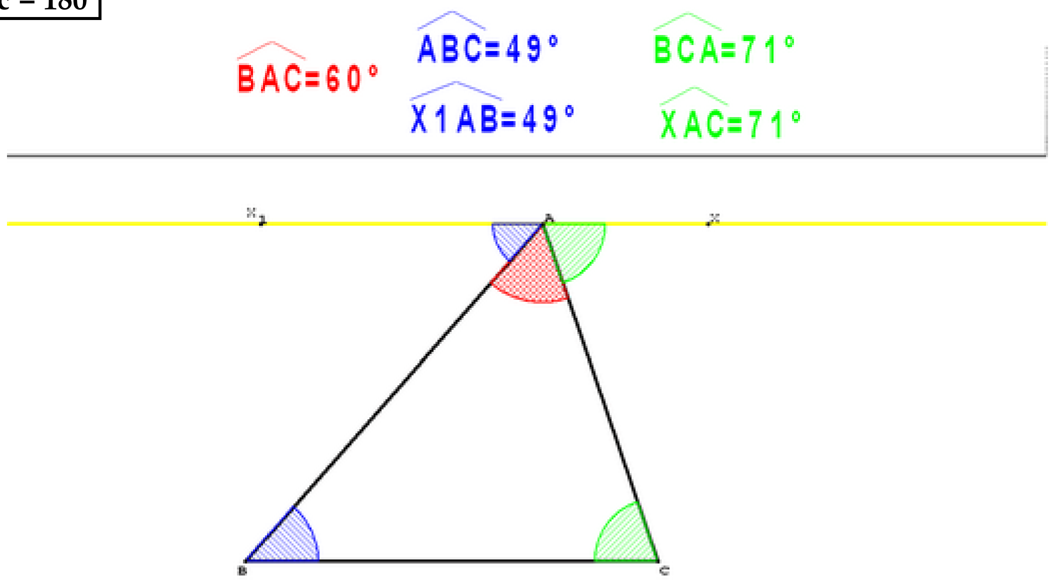
a) Propriété : **Dans un triangle ABC, la somme des mesures des angles est égale à 180°.**

(Δ) est la parallèle à (BC) passant par A.

Alors $\widehat{b_1}$ et $\widehat{c_1}$ sont alternes-internes respectivement avec $\widehat{b}$ et $\widehat{c}$, avec des parallèles.

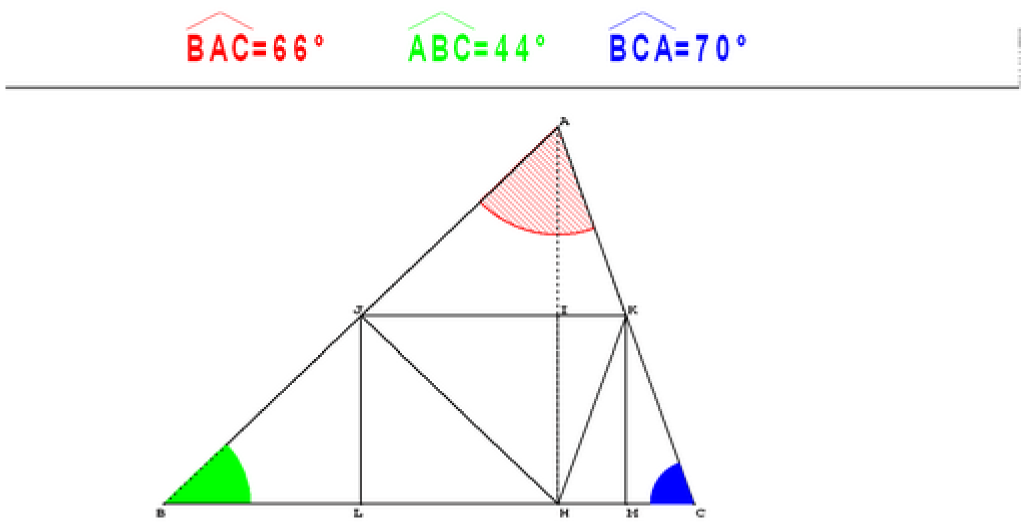
Donc $\widehat{b} = \widehat{b_1}$ et $\widehat{c} = \widehat{c_1}$.Donc $\widehat{a} + \widehat{b_1} + \widehat{c_1} = 180°$.

Donc $\widehat{a} + \widehat{b} + \widehat{c} = 180°$



Remarque : autre démonstration

On effectue successivement le symétrique de $\widehat{BAC}$ par rapport à (JK), le symétrique de $\widehat{ABC}$ par rapport à (JL) et le symétrique de $\widehat{ACB}$ par rapport à (KM).
Une symétrie axiale conserve les angles.
Donc $\widehat{BAC} = \widehat{JHK}$, $\widehat{ABC} = \widehat{JHB}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{KHC}$.
Donc $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{JHK} + \widehat{JHB} + \widehat{KHC} = \widehat{BHC} = 180°$.

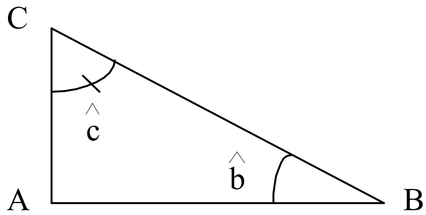


Exemple : Dans un triangle ABC, $\widehat{A} = 50°$ et $\widehat{B} = 40°$. Combien mesure l'angle $\widehat{C}$?
$\widehat{C} = 180° - (50° + 40°) = 180° - 90° = 90°$. Donc $\widehat{C} = 90°$.

b) Cas particuliers :

Triangle rectangle :

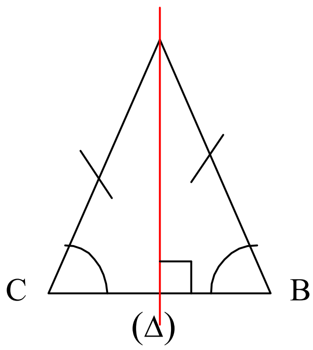
Si ABC est un triangle rectangle en A, la somme des mesures des angles aigus est égale à 90°.



$\hat{A} = 90°$. Donc $\hat{b} + \hat{c} = 180° - 90° = 90°$.

Triangle isocèle : **Dans un triangle ABC isocèle en A, les angles à la base ont même mesure.**

$$\boxed{\text{Donc } \hat{A} = 180° - 2 \times \hat{B} \text{ et } \hat{B} = \hat{C} = \frac{180° - \hat{A}}{2}}$$



AB = AC, donc A est sur la médiatrice [BC].
Comme (Δ) passe par A et est perpendiculaire à [BC], (Δ) est la médiatrice de [BC]. Donc (Δ) est un axe de symétrie de ABC.
Dans la symétrie d'axe (Δ), A ➞ A, B ➞ C, C ➞ B.
Donc $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux.

Triangle équilatéral : **Dans un triangle équilatéral ABC, les 3 angles mesurent 60°.**

Comme AB = BC = CA, $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{180}{3} = 60°$.